



mesto: Goč planina
 datum: 31. jul 2009. godine
 predavač: Nikola Milosavljević, PMF Niš
 e-mail: nikola5000@gmail.com

Razni zadaci

Problem 1. Neki klub ima $N \leq 10^5$ članova. i -ti član ima vrednost snage S_i i vrednost lepote B_i . Članovi i i j se mrze ako je $(S_i \leq S_j \text{ i } B_i \geq B_j)$ ili $(S_i \geq S_j \text{ i } B_i \leq B_j)$. Treba odabrati maksimalnu grupu članova ovog kluba medju kojima se nikoja dva ne mrze. Štampati maksimalan broj članova i same članove.

Ulaz

$N = 4$

1 1

1 2

2 2

Izlaz

2

1 3

Problem 2. Dat je niz prirodnih brojeva dužine $n \leq 10^5$, $a_i \leq 10^9$. Štampati najduži (ne nužno uzastopni) podniz datog niza koji ima osobinu da je u početku strogo rastući a zatim, počevši od nekog svog elementa, strogo opadajući.

Ulaz

$n = 6$

6 2 7 4 5 4

Izlaz

2 7 5 4

Problem 3. Data je lista od $n \leq 10^4$ država i za svaku od njih dat je broj stanovnika $c_i \leq 10^6$. Treba ih podeliti na najveći broj grupa, tako da se u svakoj grupi nalazi po $k \leq 10^3$ stanovnika pri čemu su svi stanovnici iz različitih država (ne mora svaki stanovnik da pripada nekoj grupi, dok jedan stanovnik pripada najviše jednoj).

Ulaz

$n = 6$ $k = 5$

1 2 3 4 5 6

Izlaz

3

Problem 4. Dat je povezani, neusmereni multigraf sa $n \leq 2000$ čvorova i $m \leq 10^5$ grana. Na koliko načina se taj graf može razbiti na bar dve komponente uklanjanjem tačno dve grane?

Ulaz

$n = 3$ $m = 3$

1 2

2 3

3 1

Izlaz

Problem 5. Dato je $n \leq 100$ gradova i m jednosmernih puteva izmedju nekih od njih (izmedju svaka dva grada postoji najviše jedan put u jednom smeru). Svaki put p_{ij} ima dve (celobrojne) vrednosti A_{ij} i B_{ij} ($1 \leq A_{ij}, B_{ij} \leq 100$). Naći zatvorenu konturu C za koju važi: 1) C sadrži najviše n gradova i 2) suma svih A_{ij} puteva koji pripadaju C podeljena sa sumom svih B_{ij} puteva koji pripadaju C je maksimalna.

Ulaz

4 5

1 2 5 1

2 3 3 5

3 4 1 1

4 1 5 2

2 4 1 10

Izlaz

1 2 3 4

Problem 6. Dat je težinski neusmereni graf sa $N \leq 100$ čvorova, tako da između svaka dva čvora postoji najviše jedna grana. Odrediti najkraći put između čvorova U i V koji prolazi kroz tačno $M \leq 10^6$ grana (grane i čvorovi na tom putu mogu da se ponavljaju).

Ulaz $n = 3$ $m = 4$ $U = 1$ $V = 3$

1 2 2

2 3 4

3 1 7

Izlaz

10

Problem 7. Dato je težinsko stablo sa $n \leq 10^5$ čvorova nad kojim se postavljaju $m \leq 10^5$ upita jednog od sledeća dva tipa: 1) *LEN* u v - dužina puta između čvorova u i v i 2) *KTH* u v k - k -ti čvor na putu od u do v . Odgovarati efikasno na zadate upite.

Ulaz $n = 4$ $m = 2$

1 2 3

2 3 7

4 2 5

LEN 1 3*KTH* 1 3 2**Izlaz**

10

2

Problem 8. Dat je celobrojni niz A ($0 \leq A_i \leq 10^{18}$) od $n \leq 100$ brojeva. Potrebno je izabrati neke elemente tog niza (recimo $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$), tako da je vrednost izraza $A_{i_1} \text{ xor } A_{i_2} \text{ xor } \dots \text{ xor } A_{i_k}$ maksimalna.

Ulaz $n = 3$

11 9 5

Izlaz

14

Problem 9. Na stolu se nalaze dve gomile sa po m i n šibica, $m, n \leq 10^4$. Dva igrača igraju sledeću igru: U svakom krugu jedan igrač uzima sa svake od gomila određeni broj šibica (sa svake bar jednu, ne mora da uzme isti broj sa obe), pri čemu broj uzetih šibica sa svake gomile mora biti potpun kvadrat. Pobeđuje onaj igrač posle čijeg poteza bar jedna od gomila ostane prazna. Igrač koji nema pobeđničku strategiju se trudi da izgubi u što više poteza. Odrediti koji igrač pobeđuje i posle koliko poteza.

Ulaz $m = 3$ $n = 5$ **Izlaz**

drugi 1

Problem 10. Dat je skup P od $n \leq 10^5$ tačaka u ravni. Za tačku $A \in P$ kažemo da je *dobra* ako ne postoji neka druga tačka $B \in P$ za koju važi $x_B \geq x_A$ i $y_B \geq y_A$. Naći sve dobre tačke (*Pareto-optimal set*).

Ulaz $n = 4$

5 5

4 4

7 2

7 3

Izlaz

1 4

Problem 11. Dato je $N \leq 10^5$ različitih tačaka u ravni a zatim se crtaju, jedna po jedna, $M \leq 10^5$ pravih (nijedna prava ne prolazi kroz neku od N tačaka). Za svaku pravu ispisati da li se svih N tačaka nalaze sa iste strane prave ili ne, **pre** učitavanja sledeće prave.

Ulaz $n = 2$ $m = 2$

0 0

2 3

1 4 3 4

2 0 0 2

Izlaz

DA

NE

Problem 12. Dato je $n \leq 300$ duži u ravni sa krajevima u celobrojnim tačkama (sve koordinate su pozitivne). Svaka duž je obojena jednom od 3 boje i nikoje dve duži nemaju više od jedne zajedničke tačke. Sve duži su projektovane na x osu i svaka projektovana tačka je obojena bojom njoj najbliže projektovane duži. Za svaku od 3 boje odrediti dužinu ofarbane projekcije u istoj.

Ulaz

4
1 1 3 2 R
2 1 4 2 G
3 1 5 2 B
2 2 3 5 R

Izlaz

R 1
 G 1
 B 2

Problem 13. Data je tabla sa $N \times N$ polja ($N \leq 10^3$) koja su na početku obojena u belo. Zatim se tabla boji $M \leq 10^3$ puta tako što se svaki put zada pozicija pravougaonika (dela table) koji se boji (koordinate su gore-levo i dole-desno), kao i boja kojom će taj pravougaonik biti obojen, pri čemu boja može biti crna ili bela. Odrediti koliko belih polja ima posle svih bojenja.

Ulaz

$N = 9$ $M = 6$
2 2 4 6 b
4 3 3 3 w
6 2 8 6 b
5 3 6 9 w
8 3 9 9 w
1 5 3 5 w

Izlaz

63

Problem 14. Tabla je podeljena na $m \times n$, ($m, n \leq 1000$) kvadratića u kojima se nalaze prirodni brojevi manji od 100. Unutar nje je potrebno postaviti dva pravougaonika dimenzija $a \times b$ i $c \times d$ ($3 \leq a \leq m, 3 \leq b \leq n, 1 \leq c \leq a-2, 1 \leq d \leq b-2$), tako da važi: (i) pravougaonici moraju da pokrivaju ceo broj kvadratića i da im stranice budu paralelne stranama table; (ii) manji pravougaonik treba da se ceo nalazi u većem (bez zajedničkih stranica); (iii) suma brojeva u kvadratićima koji se nalaze u većem a ne nalaze se u manjem pravougaoniku treba da bude maksimalna. Odrediti koordinate oba pravougaonika (up-left).

Ulaz

$m = 8$ $n = 5$ $a = 5$
 $b = 3$ $c = 2$ $d = 1$
1 5 10 3 7 1 2 5
6 12 4 4 3 3 1 5
2 4 3 1 6 6 19 8
1 1 1 3 4 2 4 5
6 6 3 3 3 2 2 2

Izlaz

4 1
6 2

Problem 15. Ravan je x i y osom podeljena na 4 kvadranta a mi se na početku nalazimo u tački $(0, 0)$. Potrebno je napraviti $N \leq 10^5$ skokova u ravni (po celobrojnim koordinatama) pri čemu nam je zadat niz a dužine N sa brojevima iz skupa $\{1, 2, 3, 4\}$ koji nam govori da u i -tom skoku moramo skočiti u a_i -ti kvadrant (ni u jednom trenutku ne smemo skočiti na neku od osa).

Za skokove koristimo dati niz od $2N$ različitih prirodnih brojeva koje trebamo (kao izlaz) rasporediti u N parova i ispred svakog broja staviti znak "+" ili "-" (po izboru). Na primer, ako smo za i -ti par izabrali brojeve u i v i stavili im, redom, znake "+" i "-", onda u i -tom skoku skaćemo na polje $(x + u, y - v)$, gde su (x, y) koordinate polja na kome smo bili. Naravno, raspored treba biti takav da posećujemo odgovarajuće kvadrante odgovarajućim redom.

Ulaz

$N = 4$
4 1 2 1
7 5 6 1 3 2 4 8

Izlaz

+7 -1
-5 +2
-4 +3
+8 +6

Problem 16. [Interaktivan zadatak] Za $N \leq 100$ prirodnih brojeva poznato je da su svi manji od 10^5 i da su svi međusobno različiti i parni. Nad tim brojevima moguće je postavljati upit tipa $Median(A, B, C, D)$, gde su $1 \leq A, B, C, D \leq 100$ međusobno različiti indeksi tih brojeva, koji vraća vrednost $\frac{x+y}{2}$, gde su x i y drugi i treći član u sortiranom nizu brojeva iz upita. Odrediti vrednosti svih brojeva koje je moguće odrediti korišćenjem ne više od 1000 upita.

Problem 17. [Interaktivan zadatak] Molekul se sastoji od $N \leq 10^5$ različitih atoma, poredjanih u niz i numerisanih brojevima od 1 do N u nekom (nama nepoznatom) redosledu. Nad molekulom je moguće postavljati upit tipa $Span(a, b)$, gde su $1 \leq a, b \leq N$ proizvoljni indeksi atoma, koji vraća rastojanje između atoma a i b u molekulu. Odrediti redosled atoma u molekulu, pristupajući svakom atomu upitom $Span$ najviše 3 puta (za najviše 4 pristupa dobija se 50% poena).

Problem 18. [Interaktivan zadatak] U tabli $N \times N$, $N \leq 10^4$, izdeljenoj na polja, nalaze se dve trake stranica paralelnih tabli. Njihove dimenzije su $1 \times a$ i $b \times 1$, tj. jedana je vertikalna a jedana horizontalna (ne znamo a i b , trake mogu da imaju zajedničko polje). Moguće je postavljati upit tipa $Rect(x_1, y_1, x_2, y_2)$, gde su $1 \leq x_1, y_1, x_2, y_2 \leq N$ koordinate gornjeg levog i donjeg desnog temena pravougaonika, koji vraća 1 ako se u datom pravougaoniku nalazi neki deo bar jedne od traka, inače vraća 0. Odrediti položaje obe trake korišćenjem ne više od 400 upita (za maksimalan broj poena, ne više od 100 upita).